

|                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                         |                                                          |              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|----------------------------------------------------------|--------------|
| <b>Óbudai Egyetem</b><br>Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai<br>Mérnöki Kar                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Mechatronikai és Járműtechnikai Intézet |                                                          |              |
| <b>Tantárgy címe és kódja: Matematika II. BMXMA2GBNE</b><br><b>Kreditérték: 6</b><br><i>Nappali tagozat 2019-2020. tanév II. félév</i>                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                         |                                                          |              |
| Szakok melyeken a tárgyat oktatják: <b>Gépészmérnök BSc szak</b>                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                         |                                                          |              |
| Tantárgyfelelős oktató:<br><b>Dr. Hanka László</b>                                                                                                                                                                                                                                      | Előadó:<br><b>Kocsiné Fábíán Margit</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Oktatók:                                | <b>Hosszú Ferenc, Klie Gábor, Kocsiné Fábíán Margit,</b> |              |
| Előtanulmányi feltételek (kóddal)                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>Matematika I. NMXAN1HBNE aláírás</b> |                                                          |              |
| Heti óraszámok:                                                                                                                                                                                                                                                                         | Előadás: 3                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | Tantermi gyak.: 3                       | Laborgyakorlat: 0                                        | Konzultáció: |
| Félévzárás módja:<br>(követelmény)                                                                                                                                                                                                                                                      | <b>vizsga</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                         |                                                          |              |
| <b>A tananyag</b>                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                         |                                                          |              |
| Oktatási cél: A tárgy keretében a hallgatók megismerkednek a matematika alapvető témaköreivel. A gyakorlatokon - a területhez kapcsolódó feladatokat, problémákat oldunk meg -, mellyel hozzájárulunk a hallgató fogalomalkotási- és a probléma-megoldási képességeinek fejlesztéséhez. |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                         |                                                          |              |
| Ütemezés:                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                         |                                                          |              |
| Oktatási hét<br>(konzultáció)                                                                                                                                                                                                                                                           | Témakör                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                         |                                                          |              |
| <b>1. hét</b><br>2020.02.10.                                                                                                                                                                                                                                                            | <u>Lineáris algebra I.</u><br>Lineáris egyenletrendszerek megoldása Gauss-eliminációval, Gauss-Jordan algoritmus. Inhomogén és homogén lineáris rendszerek megoldása. Mátrixok szorzása, a négyzetes mátrix inverze. A determináns általános fogalma, tulajdonságai. Az $n$ -ed rendű determináns kiszámítása Gauss-algoritmussal, kifejtési tétel.                                                             |                                         |                                                          |              |
| <b>2. hét</b><br>2020.02.17.                                                                                                                                                                                                                                                            | <u>Lineáris algebra II.</u><br>Lineáris egyenletrendszerek megoldása mátrix inverze segítségével. Lineáris egyenletrendszerek megoldása determinánsok segítségével, Cramer-szabály. Sajátérték, sajátvektor.                                                                                                                                                                                                    |                                         |                                                          |              |
| <b>3. hét</b><br>2020.02.24.                                                                                                                                                                                                                                                            | <u>Kétféle változós függvények I.</u><br>Többváltozós függvény fogalma. Kétféle változós függvények parciális deriváltjai. A teljes differenciál és alkalmazásai. Hibaszámítás. Függvényérték közelítő számítása. Felület érintősíkjá. Kétféle változós függvény szélsőértéke.                                                                                                                                  |                                         |                                                          |              |
| <b>4. hét</b><br>2020.03.02.                                                                                                                                                                                                                                                            | <u>Kétféle változós függvények II.</u><br>Kettős integrálok értelmezése, kettős integrálok kiszámítása téglalap tartományon, normáltartományon. Térfogatszámítás.                                                                                                                                                                                                                                               |                                         |                                                          |              |
| <b>5. hét</b><br>2020.03.09.                                                                                                                                                                                                                                                            | <u>Numerikus sorok</u><br>Végtelen sor definíciója. Végtelen sor konvergenciája. Konvergenciára vonatkozó tételek. A mértani sor konvergenciája. A harmonikus sor fogalma. Cauchy-féle konvergencia-kritérium. Összehasonlító kritériumok, gyökkritérium, hányados kritérium. Integrálkritérium. Változó előjelű sorok konvergenciája, Leibniz kritérium.                                                       |                                         |                                                          |              |
| <b>6. hét</b><br>2020.03.16.                                                                                                                                                                                                                                                            | <u>Függvény-sorok</u><br>Függvény-sorozat fogalma, konvergencia tartomány, függvény-sor pontonkénti konvergenciája. Hatványsor fogalma. Hatványsor konvergenciájára vonatkozó tételek. Hatványsorok integrálása és differenciálása. Függvény Taylor-sorba fejtése adott pont körül. Taylor-polinom és maradéktag fogalma. Lagrange-féle maradéktag. Taylor-tétel. Közelítő függvényérték számítás. Hibabeccsés. |                                         |                                                          |              |
| <b>7. hét</b><br>2020.03.23.                                                                                                                                                                                                                                                            | <u>Differenciálegyenletek I.</u><br>Differenciálegyenlet fogalma. Szétválasztható változójú differenciálegyenletek. Elsőrendű lineáris inhomogén differenciálegyenletek megoldása az állandó variálásával és kísérletező módszerrel.                                                                                                                                                                            |                                         |                                                          |              |
| <b>8. hét</b><br>2020.03.30.                                                                                                                                                                                                                                                            | <u>Differenciálegyenletek II.</u><br>Másodrendű, állandó együtthatójú homogén lineáris differenciálegyenletek. Másodrendű, állandó együtthatójú inhomogén lineáris differenciálegyenletek megoldása a határozatlan együtthatók módszerével.                                                                                                                                                                     |                                         |                                                          |              |
| <b>9. hét</b><br>2020.04.06.                                                                                                                                                                                                                                                            | <u>Laplace-transzformáció</u><br>Függvények Laplace-transzformáltja. Inverz Laplace-transzformált a parciális törtekre bontás módszerével. Állandó együtthatójú lineáris differenciálegyenletekre vonatkozó kezdeti érték problémák megoldása Laplace transzformációval.                                                                                                                                        |                                         |                                                          |              |
| <b>10. hét</b><br>2020.04.13.                                                                                                                                                                                                                                                           | <u>Nemzeti Ünnepek, Húsvét hétfő</u>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                         |                                                          |              |

|                               |                                                                                                                                                                                                    |
|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>11. hét</b><br>2020.04.20. | <u>Valószínűség-számítás I.</u><br>Kombinatorika. Eseményalgebra. A klasszikus valószínűségi mező. A valószínűség axiómái. A feltételes valószínűség, a teljes valószínűség tétele, a Bayes-tétel. |
| <b>12. hét</b><br>2020.04.27. | <u>Valószínűség-számítás II.</u><br>A valószínűségi változó fogalma. A várható érték és a szórás. A valószínűségi változó eloszlás és sűrűségfüggvénye.                                            |
| <b>13. hét</b><br>2020.05.04. | <u>Valószínűség-számítás III.</u><br>Binomiális eloszlás, Hipergeometriai eloszlás, Poisson-eloszlás.<br>Egyenletes eloszlás, Normális eloszlás, Exponenciális eloszlás.                           |
| <b>14. hét</b><br>2020.05.11. | Javító, pótló évfolyam zárthelyi                                                                                                                                                                   |

## Félévközi követelmények

Oktatási hét  
(konzultáció)

**Konzultáció:** Az évfolyam zárthelyit megelőző utolsó előadáson, vagy a fogadó órák alkalmával.

*A foglalkozásokon való részvételt a TVSZ 5. VI. 46.§ (1)-(4) pontja szabályozza.*

### Az értékelés, a lebonyolítás, a pótlás módja, a jegy kialakításának szempontjai

A félév során a **gyakorlatokon 10 alkalommal röpzárthelyi szerepel**, ezeken az előző heti előadáshoz kapcsolódó, az előadáson elhangzott, előző gyakorlaton körvonalazott **elméleti anyagból definíció vagy tétel megfogalmazása** a kérdés.

**Az elérhető pontszám  $10 \cdot 2 = 20$  pont.**

A gyakorlatokról **legfeljebb 3 alkalommal lehet hiányozni**. Az a hallgató, aki a 10 röpzárthelyi közül legalább 4-et nem ír meg, **letiltást** kap, amely nem pótolható.

A röpzárthelyi dolgozat a későbbiekben **nem pótolható!** Ha a hallgató előre tudja, hogy adott héten a röpzht nem tudja megírni, akkor **ugyanazon a héten, egy másik gyakorlaton, az oktatókkal történt előzetes egyeztetés esetén a röpzht megírhatja.**

A félév során **egy alkalommal évfolyam zárthelyi szerepel.**

### Az évfolyam zárthelyi

**időpontja:** 2020. április 27-30. között (a 12. oktatási héten) egy később megjelölt

**időpontban, 17:00 óra után, időtartam 60 perc;**

**témája:** az elsőrendű differenciálegyenletekig bezárólag minden ami a tematikában szerepel, kizárólag számítási feladatok.

Az elérhető pontszám 30 pont.

A vizsga összpontszámába az évfolyam zh és röpzárthelyik együttes pontszámát beszámítjuk.

### **A pótlás, javítás lehetősége:**

Az a hallgató aki **igazoltan volt távol** az évfolyam zárthelyiről, a 14. héten pótolhatja. Az a hallgató aki az évfolyam zárthelyit nem írta meg és nem is pótolta, „**letiltva**” bejegyzést kap.

Aki az évfolyam zárthelyit az előírt időben megírta, és a röpzárthelyikkel együtt számított összpontszáma nem érte el az 50%-ot, a 14. héten, az előadás időpontjában és helyszínén az **évfolyam zárthelyit javíthatja.**

Az a hallgató, aki elérte az összpontszámában az 50%-ot, de több pontot szeretne vinni a vizsgára, szintén javíthatja az évfolyam zárthelyit a 14. héten, az előadás időpontjában és helyszínén. Az **összpontszámba a javító zárthelyi eredménye számít!**

A javító/pótló zárthelyi anyaga pontosan megegyezik a 12. heti zh anyagával.

**Az a hallgató, aki az évfolyam zárthelyit nem írta meg a megadott időpontban és nem is pótolta, letiltást kap, ami nem pótolható.**

**A vizsgára az a hallgató jelentkezhet aki megszerezte az aláírást.**

### **Aláírás megszerzése:**

**Aláírás feltétele:** az évközi évfolyam zárthelyi (30 pont) valamint az évközi röpzárthelyik (20 pont) összpontszámából (50 pont) **legalább 25 pont** elérése.

Amennyiben a hallgató nem ér el az évközi zárthelyiken - és a javítás alkalmával sem - a legalább 25 pontot, „**megtagadva**” bejegyzést kap.

### **Aláírás pótlása:**

*Az évközi jegy/aláírás szorgalmi időszakon túli pótlásának módjáról a TVSZ 5.VI.47.§ (8)-(9) pontja rendelkezik.*

**Az aláírás egyetlen alkalommal, a vizsgaidőszak (2020.05.18-2020.06.20.) első 10 munkanapjának egyikén, egy előre megadott időpontban pótolható.**

**Az aláírás pótló vizsga egy 90 perc időtartamú vizsga, a félév teljes anyagából, pontszáma 50 pont, amely tartalmaz elméleti kérdéseket és megoldandó feladatokat is 20-80% pontszám arányban. Az a hallgató kap aláírást, aki az aláírás pótló vizsgán eléri a maximálisan adható 50 pont 50%-át, azaz 25 pontot a teljes dolgozatot alapul véve, aláírás pótló vizsgán nincs elméleti minimum.**

Az a hallgató, aki az aláírás pótlás alkalmával nem éri el a megszerezhető pontszám 50%-át „**letiltást**” kap, a kurzust csak egy év múlva veheti fel újra.

Aki aláírás pótlással szerezte meg az aláírást, a vizsgára 25 pontot visz magával, függetlenül attól, hogy az aláírás pótló vizsgán hány pontot szerzett.

### **Vizsga**

**A vizsgára bocsátás feltétele az aláírás megszerzése.**

A vizsga akkor érvényes, ha a hallgató eléri a vizsga pontszámának a 30% -át az alábbiak figyelembe vételével. Ha nem éri el, akkor elégtelen osztályzatot kap. A vizsgadolgozatra maximálisan 50 pont adható. A vizsgadolgozat 20%-a elméleti kérdés: **definíciók, tételek megfogalmazása, illetve egyszerűbb tételek bizonyítása.** A teljes vizsgadolgozat értékelésének feltétele az elméleti kérdésekre adható maximális 10 pontból 50%, azaz legalább 5 pont megszerzése. Az a hallgató, aki az elméleti kérdésekből nem szerez 5 pontot, elégtelent kap.

A vizsga összpontszámát az évközi évfolyam zárthelyiken elért, valamint az írásbeli vizsgán szerzett pontszámokból számítjuk. A vizsga értékelése ezen összpontszám alapján történik az alábbiak szerint:

|                                    |                      |                  |
|------------------------------------|----------------------|------------------|
| <b><u>A vizsga értékelése:</u></b> | <b>0 – 39 pont</b>   | <b>elégtelen</b> |
|                                    | <b>40 - 54 pont</b>  | <b>elégséges</b> |
|                                    | <b>55 – 69 pont</b>  | <b>közepes</b>   |
|                                    | <b>70 – 84 pont</b>  | <b>jó</b>        |
|                                    | <b>85 - 100 pont</b> | <b>jeles</b>     |

**A félévközi zárthelyiken elért pontszám csak a 2019-2020 évi tavaszi vizsgaidőszakban számítanak az összpontszámba, feltéve, hogy a vizsgán a hallgató legalább 15 pontot (30%) elér! Azokra a hallgatókra is ez vonatkozik, akik az első vizsgán elégtelent szereznek, tehát a pontok az első pótvizsgán is beszámítanak a vizsga összpontszámába.**

Ha egy hallgató a 2019-2020 évi tavaszi vizsgaidőszakban nem vizsgázik matematikából, a következő vizsgaidőszakra nem viheti át a szerzett pontjait!

*Valamennyi, jelen dokumentumban nem szabályozott, kérdésben az Óbudai Egyetem Tanulmányi és Vizsgaszabályzata valamint Tanulmányi Ügyrendjének rendelkezései az irányadók.*

### **Kötelező irodalom:**

*Jegyzetek:*

1. Kovács J.-Takács G.-Takács M.: Analízis, NTK 1998 vagy
2. Rudas I.-Hosszú F.: Matematika I., BMF BDGFK L-544, Bp. 2000
3. Rudas I.-Lukács O.-Bércesné Novák Á.-Hosszú F.: Matematika II., BMF BDGFK L-543, Bp. 2000.
4. Gáspár Csaba: Analízis és Differenciálegyenletek (MOODLE)
5. Gáspár Csaba: Lineáris algebra és többváltozós függvények (MOODLE)
6. Hajba – Harmati: Valószínűségszámítás és matematikai statisztika (MOODLE)

*Példatárak:*

7. Sréterné Lukács Zs. szerk. : Matematika Feladatgyűjtemény, BMF KKVFK 1190, Bp. 2000
8. Scharnitzky V. szerk. : Matematikai feladatok, NTK 1996

### **Ajánlott irodalom:**

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Thomas féle kalkulus I-II.: Typotex, 2010.<br>Szász Gábor: Matematika I-II-III.: NTK 1995<br>Bárczy Barnabás: Differenciálszámítás Műszaki KK, 1995<br>Bárczy Barnabás: Integrálszámítás Műszaki KK 1995<br>Hanka László: Fejezetek a matematikából ÓE 2013<br>Hanka László: Analitikus geometria és többváltozós függvénytan ÓE 2014<br>Hanka László: Valószínűségszámítás, ÓE 2015 |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                          |
|--------------------------|
| <b>Egyéb segédletek:</b> |
|--------------------------|

|                                                                                                           |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Baróti György-Makó Margit- Sréterné Lukács Zsuzsanna: Matematika I.. Videokazetta , KKMF, Budapest, 1999. |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                 |
|-------------------------------------------------|
| <b>Fogadó óra:</b> csütörtök, 10:40-11:40, 233. |
|-------------------------------------------------|

Budapest, 2020. január 20.

.....  
Dr. Hanka László  
a tárgy előadója